Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2015

Rješenja zadataka iz FIZIKE
za II razred srednje škole

1. Težine kuglicom istisnute tečnosti na temperaturama t_1 i t_2 iznose:

$$Q_1 = \rho_1 g V_1, \quad i \quad Q_2 = \rho_2 g V_2,$$

gdje su ρ_1 i ρ_2 gustine tečnosti, a V_1 i V_2 zapremine istisnute tečnosti na temperaturama t_1 i t_2. Ove zapremine su jednake zapremini kuglice na istim temperaturama.
Zapremina tijela, u opštem slučaju, zavisi od temperature na slijedeći način:

$$V = V_0(1 + \beta \cdot t),$$

pa je prema ovoj relaciji u zadatku:

$$V_1 = V_0(1 + \beta \cdot t_1)$$

i

$$V_2 = V_0(1 + \beta \cdot t_2).$$

Gustina tečnosti, u opštem slučaju, zavisi od temperature kao:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1 + \beta_1 \cdot t)} = \frac{\rho_0}{1 + \beta_1 \cdot t},$$

gdje je ρ_0 gustina tečnosti na 0^0C, a β_1 koeficijent zapreminskog širenja tečnosti. Sada se za navedene temperature t_1 i t_2 može pisati:

$$\rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \beta_1 \cdot t_1}, \quad i \quad \rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + \beta_1 \cdot t_2}.$$

Sada je:

$$Q_1 = \rho_0 g V_0 \frac{1 + \beta \cdot t_1}{1 + \beta_1 \cdot t_1}$$

i

$$Q_2 = \rho_0 g V_0 \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta_1 \cdot t_2}.$$

Odavde se dijeljenjem i sređivanjem izraza dobija traženi koeficijent zapreminskog širenja tečnosti:

$$\beta_1 = \frac{Q_2(1 + \beta \cdot t_1) - Q_1(1 + \beta \cdot t_2)}{Q_1 \cdot t_1 - Q_2 \cdot t_2}$$

2. Neka je stanje idealnog gasa u tačkama 1, 2 i 3 dato slijedećim parametrima:

$$1 : p_1, V_1, T_1 = T_{max}$$

$$2 : p_2, V_2, T_2$$

$$3 : p_2, V_1, T_3 = T_{min}.$$

Za adijabatski proces $1-2$ važi: $Q_{12} = 0$.
Za izobarski proces $2-3$ je: $Q_{23} = nC_p(T_3 - T_2) < 0$.
Za izohorski proces $3-1$ je: $Q_{31} = nC_v(T_1 - T_3) > 0$.
Sada je koeficijent korisnog dejstva dat izrazom:

$$\eta = 1 - \frac{nC_p(T_2 - T_3)}{nC_v(T_1 - T_3)} = 1 - \gamma \frac{\frac{T_2}{T_3} - 1}{\frac{T_1}{T_3} - 1},$$

tj.

$$\eta = 1 - \gamma \frac{\frac{T_2}{T_3} - 1}{\frac{T_{max}}{T_{min}} - 1} = 1 - \gamma \frac{\frac{T_2}{T_3} - 1}{\tau - 1}.$$

Potrebno je odrediti $\frac{T_2}{T_3}$. Iz: $pV^\gamma = const$ i $p = \frac{nRT}{V}$ dobija se:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1},$$

tj.

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \tag{1}$$

a iz odgovarajućih izraza za izobarski proces:

$$T_2 = T_3 \frac{V_2}{V_1}. \tag{2}$$

Jednačine (1) i (2) dovode do izraza:

$$\frac{V_2}{V_1} = \tau^{1/\gamma} = 3,$$

pa iz (2) slijedi: $T_2 = 3T_3 = 3T_{min}$. Rješenje zadatka se sada svodi na:

$$\eta = \frac{1}{2} = 0.5,$$

pa je stepen korisnog dejstva ove mašine 50 procenata.

3. Kondenzator je odvojen od izvora pa se naelektrisanje na njemu ne mijenja tokom padanja:

$$q = C_0 U_0 = CU,$$

odnosno, ako uvrstimo izraze za kapacitete pločastih kondenzatora imamo:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\frac{\epsilon_0 S}{d}}{\frac{\epsilon_0 S}{d_0}} = \frac{U_0}{U} = \frac{1}{5}.$$

Odavde se može odrediti novo rastojanje između ploča: $d = 5d_0$. Dakle, donja ploča je pala za $\Delta h = d - d_0 = 4d_0$. Po zakonu održanja energije važi:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{C_0U_0^2}{2} - \frac{CU^2}{2} + mg\Delta h.$$

Tražena brzina kojom pada ploča je:

$$v = \sqrt{8gd_0 - \frac{4C_0U_0^2}{m}} \approx 0.39m/s.$$

4. Na potrošaču otpora R razvija se snaga: $P = \frac{\epsilon^2 R}{(R+r)^2}$. Ovaj izraz se može transformisati u oblik:

$$P = \frac{\epsilon^2}{R + 2r + \frac{r^2}{R}}.$$

Snaga je maksimalna kada je imenilac $x = R + 2r + \frac{r^2}{R}$ minimalan. Imenilac se može zapisati u obliku izraza:

$$x = R - 2r + \frac{r^2}{R} + 4r = (\sqrt{R} - \frac{r}{\sqrt{R}})^2 + 4r.$$

Ovaj izraz je minimalan kada je zagrada jednaka nuli, tj. za $R = r$. Maksimalna snaga na spoljašnjem otporu kola je:

$$P_{max} = \frac{\epsilon^2}{4r} = 25W.$$

Stepen korisnog dejstva kola je: $\eta = \frac{R}{R+r} = \frac{r}{2r} = 0.5$.